

Aulas 3 e 4: Vetores e Cinemática Vetorial

Vetores

Grandezas escalares e grandezas vetoriais

A grandeza escalar fica perfeitamente definida quando dela se conhecem o valor numérico e a correspondente unidade (exemplos: volume, massa, temperatura, energia).

A grandeza vetorial, além do valor numérico e da unidade, necessita de direção e sentido para ser definida (exemplos: velocidade, aceleração, força, impulso, quantidade de movimento).

Vetor

É um ente matemático caracterizado por módulo, direção e sentido.

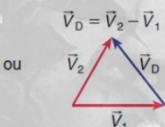
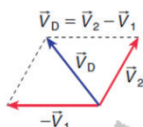
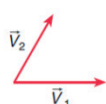
Adição de vetores

$$\vec{V}_3 = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

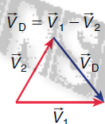
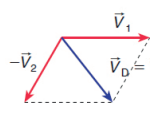
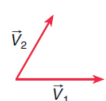


Subtração de vetores

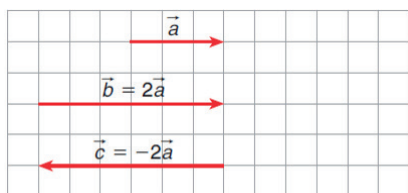
$$\vec{V}_D = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$



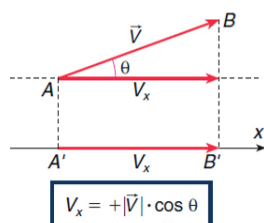
$$\vec{V}_D = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$



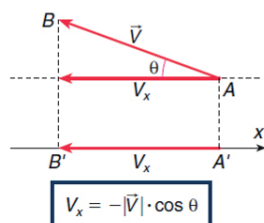
Produto de um número real por um vetor



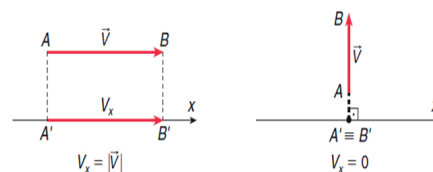
Projeções de um vetor



$$V_x = +|\vec{V}| \cdot \cos \theta$$

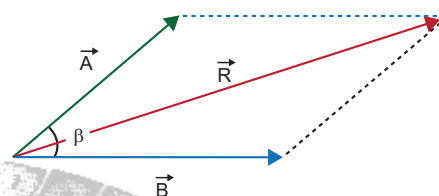


$$V_x = -|\vec{V}| \cdot \cos \theta$$



Fique ligado!

Regra do paralelogramo



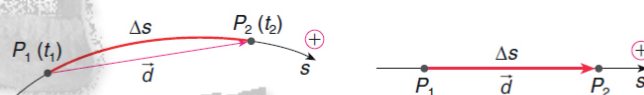
$$R^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \beta$$

$$\text{Quando } \begin{cases} \beta = 90^\circ \\ \text{teremos} \\ R^2 = a^2 + b^2 \end{cases}$$

Cinemática vetorial

Vetor deslocamento

Vetor deslocamento ($\vec{d}$) de um ponto material entre os instantes t_1 e t_2 é o vetor representado por um segmento orientado de origem em P_1 (posição do ponto material no instante t_1) e extremidade em P_2 (posição do ponto material no instante t_2).



• Trajetória curvilínea

• Trajetória retilínea

$$|\vec{d}| < |\Delta s|$$

$$|\vec{d}| = |\Delta s|$$

Velocidade vetorial média ($\vec{v}_m$)

É o quociente entre o vetor deslocamento $\vec{d}$ e o correspondente intervalo de tempo Δt .

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

$\vec{v}_m$ tem a mesma direção e o mesmo sentido de $\vec{d}$.

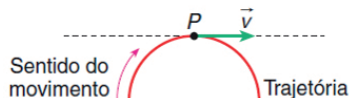
Velocidade vetorial instantânea

A velocidade vetorial ($\vec{v}$) de um móvel em um instante t tem as características:

- Módulo: igual ao módulo da velocidade escalar no instante t .

$$|\vec{v}| = |v|$$

- Direção: da reta tangente à trajetória pelo ponto **P** (posição que o móvel ocupa no instante **t**).
- Sentido: do movimento.

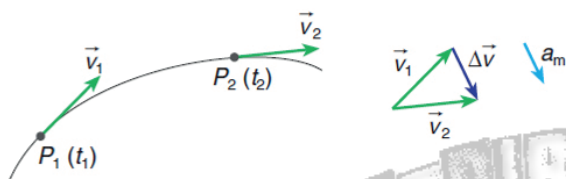


Aceleração vetorial média ($\vec{a}_m$)

É o quociente entre a variação de velocidade vetorial $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ e o correspondente intervalo de tempo Δt .

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$\vec{a}_m$ tem a direção e o sentido de $\Delta \vec{v}$.



Aceleração tangencial ($\vec{a}_t$)

É a aceleração que indica a variação no módulo da velocidade vetorial. Existe aceleração tangencial nos movimentos variados.

Características de $\vec{a}_t$:

- Módulo: $|\vec{a}_t| = |a|$, em que **a** é a aceleração escalar.
- Direção: tangente à trajetória.
- Sentido: o mesmo de $\vec{v}$, se o movimento for acelerado, ou oposto ao de $\vec{v}$, se o movimento for retardado.

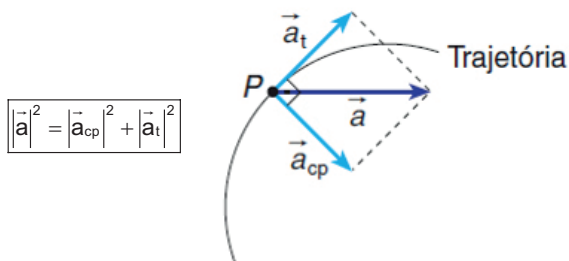


Aceleração vetorial ($\vec{a}$)

É a soma vetorial da aceleração centrípeta e da aceleração tangencial:

$$\vec{a} = \vec{a}_{cp} + \vec{a}_t$$

Seu módulo é dado por:



Aceleração Centrípeta

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Onde **R** é o raio da curva.

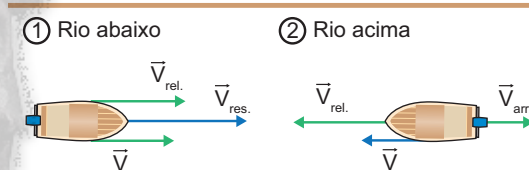
Obs.: A aceleração centrípeta está relacionada com a variação na direção da velocidade vetorial.



Fique ligado!

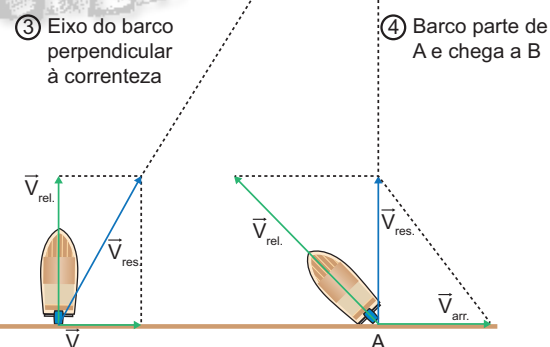
	Velocidade		Aceleração		
	Módulo	Direção	$\vec{a}_t$	$\vec{a}_{cp}$	$\vec{a}$
M.R.U.	constante	constante	nula	nula	nula
M.R.U.V.	variável	constante	não nula	nula	$\vec{a} = \vec{a}_t$
M.C.U.	constante	variável	nula	não nula	$\vec{a} = \vec{a}_{cp}$
M.C.U.V.	variável	variável	não nula	não nula	$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$

- Composição de movimentos (barquinho atravessando um rio)



$$|\vec{V}_{res}| = |\vec{V}_{rel}| + |\vec{V}_{arr}|$$

$$|\vec{V}_{res}| = |\vec{V}_{rel}| - |\vec{V}_{arr}|$$



$$|\vec{V}_{res}|^2 = |\vec{V}_{rel}|^2 + |\vec{V}_{arr}|^2$$

$$|\vec{V}_{rel}|^2 = |\vec{V}_{res}|^2 + |\vec{V}_{arr}|^2$$



Exercícios

1. (EsPCEEx) Um disco uniforme e homogêneo rola sem deslizar sobre uma superfície plana e horizontal. A velocidade $\vec{v}$ do centro O do disco em relação à Terra é constante e seu módulo vale 10 m/s. O módulo da velocidade no ponto A da periferia do disco, em relação à Terra, no instante mostrado na figura a seguir é de

A) 5 m/s
B) 5π m/s
C) 10 m/s
D) 10π m/s
E) 20 m/s

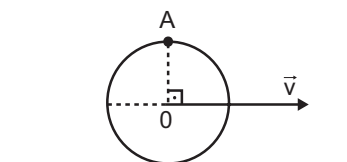


Figura ilustrativa

2. (EsPCEEx) Três forças coplanares, $F_1 = 5\text{N}$, $F_2 = 2\sqrt{3}\text{N}$ e $F_3 = 16\text{N}$, passam a atuar sobre uma partícula A que, inicialmente, encontrava-se em repouso, conforme a figura a seguir. Para que a partícula fique em equilíbrio, devemos aplicar sobre ela uma quarta força, $\vec{F}_4$, cujo módulo, em newtons, vale:

Dados: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,5$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

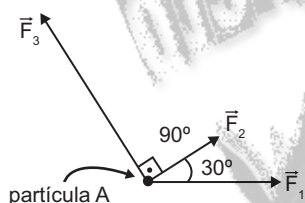


Figura fora de escala

A) 2
B) 8
C) $9\sqrt{3}$

D) 21
E) $23\sqrt{3}$

3. (EsPCEEx) Em um dia sem vento, sob a chuva que cai verticalmente, com velocidade constante em relação ao solo, uma pessoa caminha horizontalmente em movimento retilíneo e uniforme com velocidade de 1,0 m/s, inclinando o guarda-chuva a $28,5^\circ$ (em relação à vertical) para resguardar-se o melhor possível. A intensidade da velocidade da chuva em relação ao solo é:

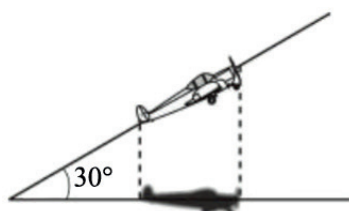
Dados: $\cos 28,5^\circ = 0,88$; $\sin 28,5^\circ = 0,48$; $\tan 61,5^\circ = 1,84$.

A) 1,8 m/s
B) 0,9 m/s
C) 0,5 m/s

D) 1,5 m/s
E) 1,3 m/s

4. (AFA) Durante uma decolagem, ao perder o contato com a pista, um avião mantém velocidade constante em direção que forma um ângulo de 30° com a pista horizontal. A razão entre a velocidade do avião e a velocidade de sua sombra sobre a pista é

A) $\frac{1}{2}$
B) 2
C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



5. (AFA) Considere que dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ fazem entre si um ângulo de 60° , quando têm suas origens sobre um ponto em comum. Além disso, considere também, que o módulo de $\vec{B}$ é duas vezes maior que o de $\vec{A}$, ou seja, $B = 2A$. Sendo o vetor soma $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$ e o vetor diferença $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ a razão entre os módulos $\frac{S}{D}$ vale

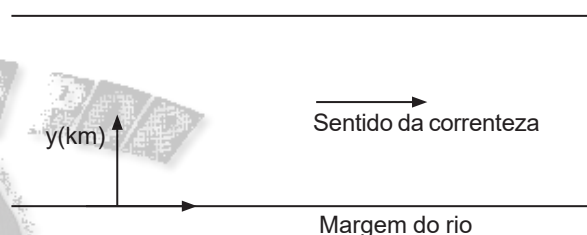
A) $\frac{\sqrt{21}}{3}$

B) 1

C) $\sqrt{7}$

D) 3

6. (Efomm) Um barco atravessa um rio de margens paralelas e largura de 4,0 km. Devido à correnteza, as componentes da velocidade do barco são $V_x = 0,50$ km/h e $V_y = 2,0$ km/h. Considerando que, em $t = 0$, o barco parte da origem do sistema cartesiano xy (indicado na figura), as coordenadas de posições, em quilômetros, e o instante, em horas, de chegada do barco à outra margem são:



A) (1,0; 4,0) e 1,0

D) (16; 4,0) e 4,0

B) (1,0; 4,0) e 2,0

E) (16; 4,0) e 8,0

C) (2,0; 4,0) e 4,0

7. (EsPCEEx) Uma bola é lançada obliquamente a partir do solo, com velocidade inicial $\vec{v}_0$, e descreve uma parábola, conforme representada no desenho a seguir. Os pontos de A até J representam posições sucessivas da bola. A força de resistência do ar é nula e o ponto E é o mais alto da trajetória.



Desenho ilustrativo

Com base nas informações anteriores, o desenho que representa corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola, no ponto B, quando ela está subindo, é:

A)



D)



B)



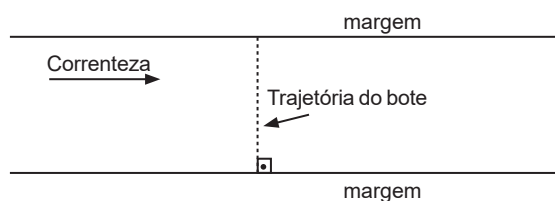
E)



C)

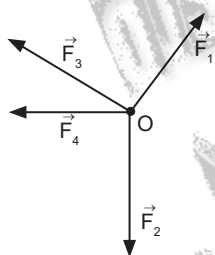


8. (EsPCEx) Um bote de assalto deve atravessar um rio de largura igual a 800 m, numa trajetória perpendicular à sua margem, num intervalo de tempo de 1 minuto e 40 segundos, com velocidade constante. Considerando o bote como uma partícula, desprezando a resistência do ar e sendo constante e igual a 6 m/s, a velocidade da correnteza do rio em relação à sua margem, o módulo da velocidade do bote em relação à água do rio deverá ser de



Desenho ilustrativo

- A) 4 m/s
B) 6 m/s
C) 8 m/s
D) 10 m/s
E) 14 m/s
9. (EsPCEx) Uma partícula "O" descreve um movimento retilíneo uniforme e está sujeita à ação exclusiva das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$, conforme o desenho a seguir:

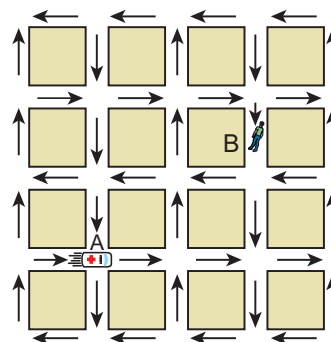


Desenho ilustrativo

Podemos afirmar que:

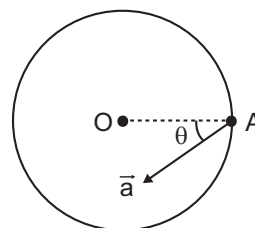
- A) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_4$
B) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_2$
C) $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = -\vec{F}_3$
D) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \vec{F}_3$
E) $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1$
10. Um barco, à vela, com toda a potência, sobe um rio a 16 km/h e desce a 30 km/h, velocidades, essas, medidas em relação às margens do rio. Sabe-se que, tanto subindo como descendo, o barco tinha velocidade relativa de mesmo módulo, e as águas do rio tinham velocidade constante V. Nesse caso, podemos afirmar que o valor de V é de
- A) 7 km/h
B) 4 km/h
C) 6 km/h
D) 10 km/h
E) 8 km/h
11. Sabe-se que a distância entre as margens paralelas de um rio é de 100 m e que a velocidade da correnteza, de 6 m/s, é constante, com direção paralela às margens. Um barco parte de um ponto x da margem A com velocidade constante de 8 m/s, com direção perpendicular às margens do rio. A que distância do ponto x o barco atinge a margem B?
- A) 100 m
B) 125 m
C) 600 m
D) 750 m
E) 800 m

12. A figura a seguir representa um mapa da cidade de Vectoria, o qual indica a direção das mãos do tráfego. Devido ao congestionamento, os veículos trafegam com a velocidade média de 18 km/h. Cada quadra dessa cidade mede 200 m por 200 m (do centro de uma rua ao centro de outra rua). Uma ambulância localizada em A precisa pegar um doente localizado bem no meio da quadra em B, sem andar na contramão.



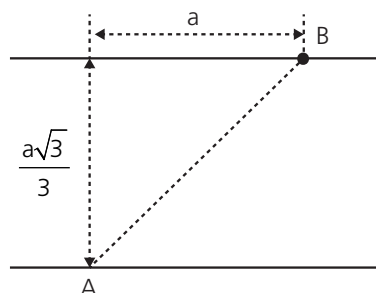
Qual é o módulo do vetor velocidade média (em km/h) entre os pontos A e B?

- A) 10 km/h
B) 15 km/h
C) 12 km/h
D) 8 km/h
E) 6 km/h
13. (Esc.Naval-RJ) Uma partícula move-se ao longo de uma circunferência de raio igual a 1,0 m e, em certo instante, quando ela passa por um ponto A, sua aceleração vetorial $\vec{a}$ tem módulo 20 m/s² e orientação conforme representa a figura a seguir.



Sabendo que $\sin \theta = 0,60$ e $\cos \theta = 0,80$, aponte a alternativa que traz o valor correto da relação entre o módulo da componente tangencial de $\vec{a}$ e o módulo da velocidade da partícula no ponto A, em s⁻¹.

- A) 12
B) 4,0
C) 3,0
D) 2,0
E) 1,5
14. Uma lancha que desenvolve, em relação às águas de um rio, uma velocidade constante de módulo V deve partir do ponto A e chegar ao ponto B, indicados na figura. O rio tem largura constante e a velocidade da correnteza é constante e de módulo V_c .

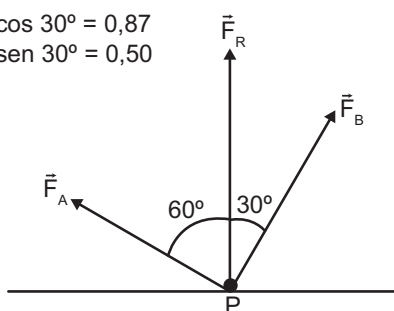


O valor mínimo possível para V é: _____.

15. (Efomm)

$$\cos 30^\circ = 0,87$$

$$\sin 30^\circ = 0,50$$



Duas pessoas tentam desempacar uma mula, usando uma corda longa amarrada no animal. Uma delas puxa com força FA, cuja intensidade é de 200 N, e a outra com força FB. Ambas desejam mover a mula apenas na direção perpendicular à linha horizontal representada na figura dada por FR. Considere que os ângulos são os dados na figura, que a mula está no ponto P e que essas pessoas, após um tempo de 0,1 microséculo, conseguem finalmente mover o animal na direção desejada. Pode-se afirmar, em valores aproximados, que a intensidade da força FB aplicada e o tempo em minutos levado para mover o animal são, respectivamente,

- A) 230 N e 25 min. D) 348 N e 5 min.
B) 230 N e 5 min. E) 348 N e 15 min.
C) 348 N e 25 min.

Gabarito

1	2	3	4	5
E	C	A	D	A
6	7	8	9	10
B	C	D	A	A
11	12	13	14	15
B	A	C	—	D

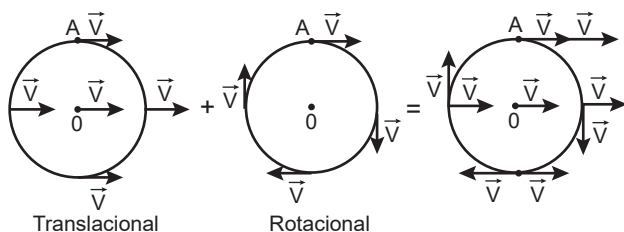
– Resposta com o professor.

Resoluções

1.

- i) Observe que a questão diz “rola sem deslizar”, isso quer dizer que a velocidade resultante, devido a sobreposição dos movimentos rotacional e translacional, no ponto mais baixo do disco (ponto de contato com o solo), possui intensidade zero.

- ii) Sobrepondo os movimentos rotacional e translacional:



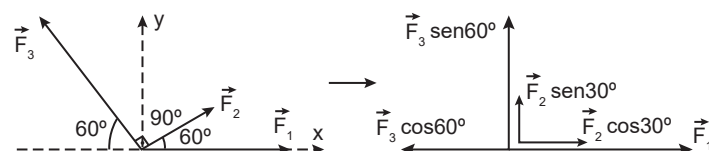
- iii) Baseado no passo ii), temos que a intensidade da velocidade no ponto A é o dobro da intensidade da velocidade no ponto 0, logo:

$$\begin{cases} V_A = 2V \\ V = 10 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow V_A = 20 \text{ m/s}$$

Resposta correta: E

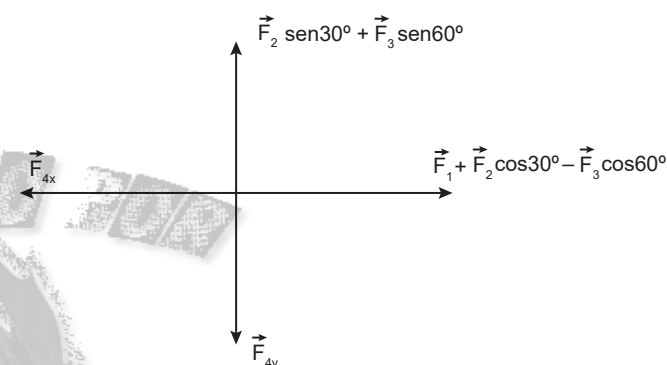
2.

- i) Decompondo as forças $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ nas direções vertical e horizontal:



- ii) Para que a partícula fique em equilíbrio, a componente vertical das força $\vec{F}_4$ ($\vec{F}_{4y}$) deve possuir a mesma intensidade (módulo) da força resultado nessa direção e sentido contrário. O mesmo vale para a componente horizontal da força $\vec{F}_4$ ($\vec{F}_{4x}$).

- iii) Baseado no passo ii), temos:



$$\begin{cases} F_{4x} = F_1 + F_2 \cos 30^\circ - F_3 \cos 60^\circ \\ F_{4y} = F_2 \sin 30^\circ + F_3 \sin 60^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{4x} = 5\text{N} + 2\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\text{N} - 16\left(\frac{1}{2}\right)\text{N} \\ F_{4y} = 2\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)\text{N} + 16\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\text{N} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} F_{4x} = 5\text{N} + 3\text{N} - 8\text{N} \\ F_{4y} = \sqrt{3}\text{N} + 8\sqrt{3}\text{N} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_{4x} = 0\text{N} \\ F_{4y} = 9\sqrt{3}\text{N} \end{cases}$$

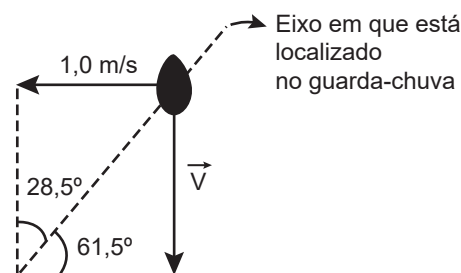
- v) Calculando o módulo $\vec{F}_4$, temos:

$$F_4 = \sqrt{(F_{4x})^2 + (F_{4y})^2} \rightarrow F_4 = \sqrt{(0\text{N})^2 + (9\sqrt{3}\text{N})^2} \rightarrow F_4 = 9\sqrt{3}\text{N}$$

Resposta correta: C

3.

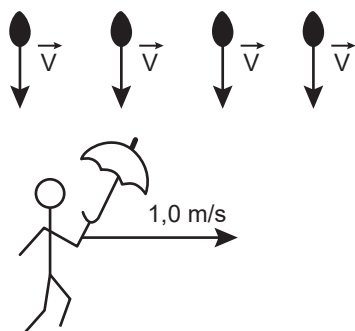
- i) No referencial da pessoa, a gota cai com velocidade V na vertical e anda com uma velocidade de 1,0 m/s na horizontal. Portanto, de acordo com o enunciado, temos que:



- ii) De acordo com a figura do passo i), temos a seguinte relação entre os módulos das velocidades:

$$\operatorname{tg} 61,5^\circ = \frac{V}{1} \rightarrow 1,84 = \frac{V}{1} \rightarrow \boxed{V = 1,84 \text{ m/s}}$$

- iii) Voltando para o referencial do solo, temos:

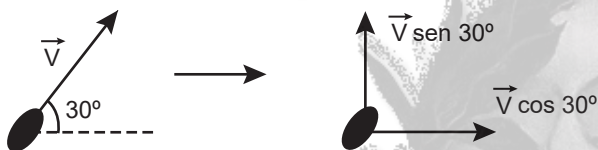


Portanto, em relação ao solo, a velocidade da gota possui intensidade $V = 1,84 \text{ m/s}$ e cai verticalmente.

Resposta correta: A

4.

- i) Suponha que a intensidade da velocidade do avião seja V . Podemos decompor essa velocidade nas direções vertical e horizontal, logo:



- ii) Observe que a sombra deve acompanhar o avião. Portanto, para que isso ocorra, a sombra deve possuir a mesma velocidade que o avião possui na horizontal, logo, a velocidade da sombra (V_s) é $V \cos 30^\circ$.

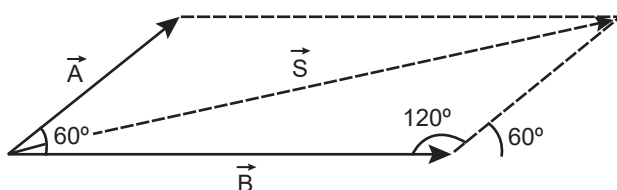
- iii) Razão entre a velocidade do avião (V_A) e a velocidade da sombra (V_s):

$$\frac{V_A}{V_s} = \frac{V}{V \cos 30^\circ} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \rightarrow \boxed{\frac{V_A}{V_s} = \frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

Resposta correta: D

5.

- i) Por meio da regra do paralelogramo, podemos encontrar o vetor soma $\vec{S}$:

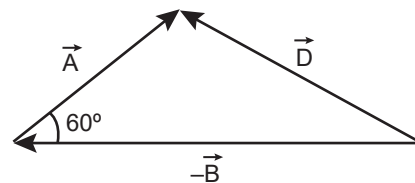


$$S^2 = (A)^2 + (B)^2 - 2AB \cos 120^\circ$$

$$S^2 = (A)^2 + (2A)^2 - 2A(2A) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow \boxed{S = A\sqrt{7}}$$

- ii) O vetor diferença $\vec{D}$ pode ser escrito como:

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} \rightarrow \vec{D} = \vec{A} + (-\vec{B}), \text{ logo:}$$



$$D^2 = (A)^2 + (B)^2 - 2AB \cos 60^\circ \rightarrow$$

$$D^2 = (A)^2 + (2A)^2 - 2A \cdot (2A) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\rightarrow \boxed{D = A\sqrt{3}}$$

- iii) Razão entre os módulos $\frac{S}{D} = \frac{A\sqrt{7}}{A\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \rightarrow \boxed{\frac{S}{D} = \frac{\sqrt{21}}{3}}$

Resposta correta: A

6.

- i) A largura do rio é 4 km, portanto, o barco deverá andar 4 km no sentido positivo do eixo y para atravessar o rio. Baseado nisso, concluímos que a ordenada $y = 4 \text{ km}$ e que o tempo necessário é:

$$S_y = S_{0y} + V_{0y} \cdot t \rightarrow S_y = 0 + 2,0 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) t \rightarrow$$

$$\rightarrow 4,0 \text{ km} = 2,0 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) t \rightarrow t = 2,0 \text{ h}$$

- ii) O movimento do barco no eixo x possui a mesma duração de tempo que no eixo y . Portanto, baseado nisso, é possível calcular a abscissa x que o barco chega

$$S_x = S_{0x} + V_{0x} \cdot t \rightarrow S_x = 0 + 0,50 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) \cdot 2,0 \text{ h} \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x = 1,0 \text{ km} \rightarrow \boxed{x = 1,0 \text{ km}}$$

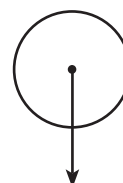
- iii) Baseado nos passos acima, as coordenadas de posições, em quilômetros, do barco são $(1,0; 4,0)$ e o instante de chegada é 2 horas.

BIZU: Observe que, nas alternativas, há apenas **uma** opção com 2 horas. Portanto, após descobrir o tempo de movimento do barco, não há necessidade de perder tempo na prova com contas desnecessárias. Marque essa alternativa com 2 horas e siga em frente. Esse bizu é para você ficar atento para questões nesse estilo.

Resposta correta: B

7.

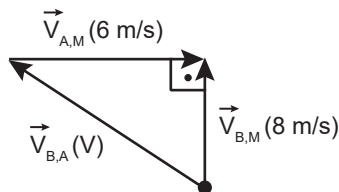
- i) A força de resistência do ar é nula, portanto, a única força atuante na bola é a força peso, que é ocasionada pelo campo gravitacional, ou seja, a gravidade.
- ii) A gravidade atua apenas na vertical, com sentido apontando para baixo. Portanto, temos a seguinte representação para a bola e a força atuante nela:



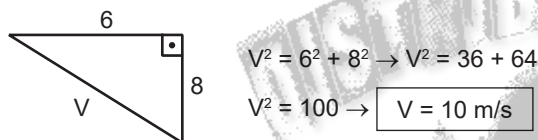
Resposta correta: C

8.

- i) Em relação à margem, o bote de assalto percorre 800 metros em 1 minuto e 40 segundos (100 segundos). Portanto, o módulo da velocidade do bote, em relação à margem, é 8 m/s ($V_{B,M}$)
- ii) A velocidade do bote de assalto em relação à água ($V_{B,A}$) é a velocidade própria do bote, ou seja, é a velocidade que ele possui quando não é arrastado pela água.
- iii) Um observador na margem vê o bote com a velocidade própria dele e vê ele sendo arrastado pela água. Portanto, $\vec{V}_{B,M} = \vec{V}_{B,A} + \vec{V}_{A,M}$, aonde $V_{A,M}$ é a velocidade da água em relação à margem.
- iv) • Soma vetorial:



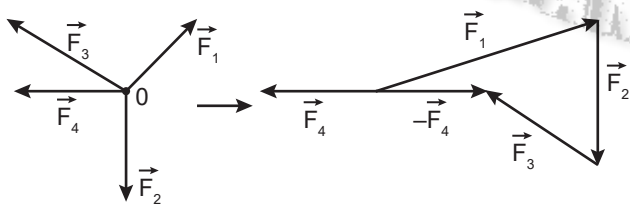
- Relação entre os módulos:



Resposta correta: D

9.

- i) A partícula "O" descreve um movimento retilíneo uniforme, ou seja, a velocidade da partícula é constante. Portanto, para que a velocidade seja constante, é necessário que a aceleração seja zero, logo, a força resultante que atua na partícula é zero.
- ii) Baseado no passo i), a soma vetorial de todas as forças atuantes na partícula deve ser zero, ou seja:



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \rightarrow \boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_4}$$

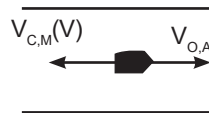
Resposta correta: A

10.

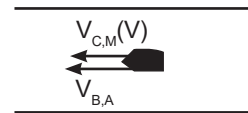
- i) Na subida do rio, a velocidade do barco, em relação à margem, é menor do que a velocidade do barco, em relação à margem, na descida. Portanto, baseado nisso, concluímos que a velocidade própria do barco* está contra a correnteza na subida e a favor da correnteza na descida.

ii)

- Subida:



- Descida:



$$\text{iii)} \begin{cases} V_{B,A} - V = 16 \text{ km/h (I)} \\ V_{B,A} + V = 30 \text{ km/h (II)} \end{cases}$$

$$(II) - (I): 2V = 14 \text{ km/h} \rightarrow \boxed{V = 7 \text{ km/h}}$$

Resposta correta: A

- Olhar a solução da questão 8 dos exercícios para ver a definição de velocidade própria do barco.

11.

- i) Com a velocidade própria de 8 m/s, o barco se desloca no eixo vertical é arrastado com uma velocidade de 6 m/s na horizontal pela correnteza. Portanto, o movimento completo do barco é a sobreposição dos movimentos que ocorrem na vertical e na horizontal.

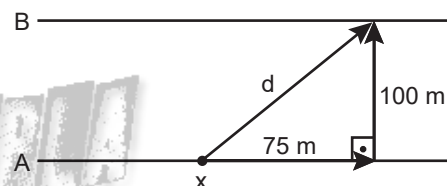
- ii) Para atingir a margem oposta ao ponto x, o barco deverá andar 100 metros na vertical. Portanto, a duração desse deslocamento é:

$$\Delta S_{\text{vertical}} = V_{\text{vertical}} \cdot t \rightarrow 100 \text{ m} = 8 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot t \rightarrow \boxed{t = 12,5 \text{ s}}$$

- iii) Durante o tempo obtido no passo ii), o barco sofre o seguinte deslocamento na horizontal:

$$\Delta S_{\text{horizontal}} = V_{\text{horizontal}} \cdot t \rightarrow \Delta S_{\text{horizontal}} = 6 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 12,5 \text{ s} \rightarrow \boxed{\Delta S_{\text{horizontal}} = 75 \text{ m}}$$

- iv) Baseado nos passos ii) e iii), temos o seguinte movimento para o barco:



- v) Pelo teorema de Pitágoras, podemos encontrar a distância d do ponto x até o ponto que o barco atinge a margem B:

$$\begin{aligned} d^2 &= (75 \text{ m})^2 + (100 \text{ m})^2 \rightarrow d^2 = (25 \cdot 3 \text{ m})^2 + (25 \cdot 4)^2 = (25)^2 [(3\text{m})^2 + (4\text{m})^2] \rightarrow d^2 = (25)^2 [9 \text{ m}^2 + 16 \text{ m}^2] \rightarrow d^2 = (25)^2 (25 \text{ m}^2) \\ &\rightarrow d^2 = (25)^2 (5)^2 \text{ m}^2 \rightarrow d = \sqrt{(25)^2 \cdot (5)^2 \text{ m}^2} \rightarrow d = 25 \cdot 5 \cdot \text{m} \rightarrow \boxed{d = 125 \text{ m}} \end{aligned}$$

Resposta correta: B

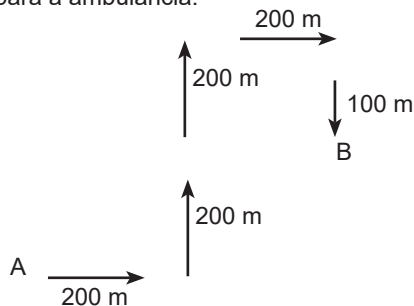
- Olhar solução da questão 2 dos exercícios de fixação das aulas 1 e 2 para entender a conversão.

12.

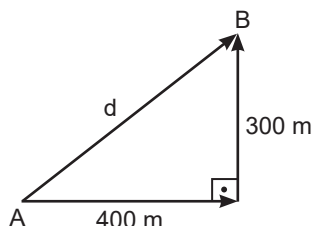
- i) Convertendo km/h para m/s*:

$$18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{18 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \boxed{18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

- ii) Baseado na figura do enunciado, temos o seguinte caminho possível para a ambulância:



- iii) Somando os vetores que estão localizados na vertical e na horizontal, encontramos o vetor deslocamento da ambulância do ponto A até o ponto B.



Pelo teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} d^2 &= (300 \text{ m})^2 + (400 \text{ m})^2 \\ d^2 &= (3 \cdot 100 \text{ m})^2 + (4 \cdot 100 \text{ m})^2 \\ d^2 &= (100)^2 [(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2] \\ d &= 500 \text{ m} \end{aligned}$$

- iv) Observe que o tempo total de movimento da ambulância equivale ao tempo de movimento dela na horizontal mais o tempo de movimento dela na vertical, logo, o movimento total da ambulância possui um tempo de duração:

$$\Delta t_{\text{total}} = \Delta t_{\text{horizontal}} + \Delta t_{\text{vertical}} \rightarrow \Delta t_{\text{total}} = \frac{400 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} + \frac{500 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} \rightarrow \Delta t_{\text{total}} = 180 \text{ s}$$

- v) O módulo do vetor velocidade média é $V_M = \frac{d}{\Delta t_{\text{total}}}$, logo:

$$V_M = \frac{d}{\Delta t_{\text{total}}} \rightarrow \left(\frac{d = 500 \text{ m}}{\Delta t_{\text{total}} = 180 \text{ s}} \right) \rightarrow V_M = \frac{500 \text{ m}}{180 \text{ s}} \rightarrow V_M = \frac{25 \text{ m}}{9 \text{ s}}$$

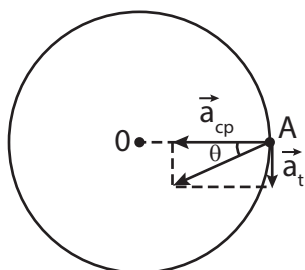
- vi) Convertendo m/s para km/h*:

$$V_M = (25/9)(\text{m/s}) \rightarrow V_M = (25/9) \cdot (3,6)(\text{km/h}) \rightarrow V_M = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Resposta correta: A

13.

- i) A aceleração vetorial $\vec{a}$ no ponto A corresponde à soma vetorial das acelerações tangencial e centrípeta. Portanto, decompondo o vetor $\vec{a}$, temos:



$$\begin{cases} \text{Aceleração centrípeta } (a_{cp}) = a \cos \theta = 16 \text{ m/s}^2 \\ \text{Aceleração tangencial } (a_t) = a \sin \theta = 12 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

- ii) Por meio da expressão da aceleração centrípeta, é possível encontrar o módulo da velocidade da partícula no ponto A, logo:

$$\begin{cases} a_{cp} = \frac{V^2}{R} \\ a_{cp} = 16 \text{ m/s}^2 \end{cases} > 16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{V^2}{1 \text{ m}} \rightarrow V^2 = 16 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \rightarrow V = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- iii) De acordo com o passo i), o módulo do componente tangencial de $\vec{a}$ (a_t) é 12 m/s^2 . Portanto, a relação entre ela e o módulo da velocidade da partícula é:

$$\begin{cases} a_t = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ V = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} > \frac{a_t}{V} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{s}}{4 \text{ m}} \rightarrow \frac{a_t}{V} = 3 \text{ s}^{-1}$$

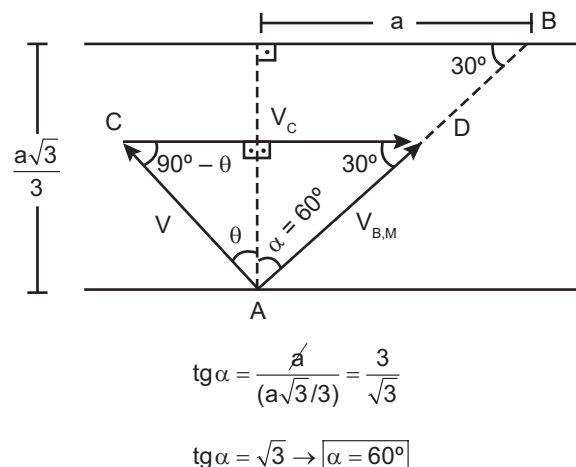
Resposta correta: C

14.

- i) Para que a lancha saia do ponto A e chegue no ponto B, a velocidade resultante da lancha, devido à velocidade própria dela e ao arrasto da água, deverá ter a mesma direção da reta $\overline{AB}$ e estar no sentido do ponto A até o ponto B.

- ii) Observe que o vetor velocidade V (velocidade própria da lancha) pode ser posto em qualquer direção. Baseado nisso e obedecendo a condição do passo i), podemos encontrar uma função para o módulo de V e encontrar o valor mínimo dela.

- iii) De acordo com a figura do enunciado e a condição do passo ii), temos:



- iv) Observe que o módulo das velocidades forma o triângulo ACD. Baseado nisso, podemos aplicar a lei dos senos nesse triângulo e encontrar a função do módulo de V .

$$\begin{aligned} \frac{V_C}{\sin(60^\circ + \theta)} &= \frac{V}{\sin 30^\circ} \rightarrow V = \frac{\sin 30^\circ V_C}{\sin(60^\circ + \theta)} \rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \rightarrow \\ \rightarrow V &= \frac{V_C}{2 \sin(60^\circ + \theta)} \end{aligned}$$

- v) Observe que a única variável na função do módulo de V é o $\sin(60^\circ + \theta)$ e que ele está localizado no denominador da fração. Portanto, para que o resultado da divisão de V_C por $2 \sin(60^\circ + \theta)$ seja o mínimo possível, é necessário que $\sin(60^\circ + \theta)$ tenha o máximo valor possível.

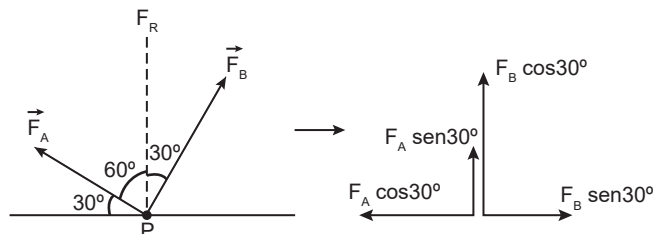
$$vi) \sin(60^\circ + \theta) \leq 1 \rightarrow \sin(60^\circ + \theta) = 1 \text{ (máximo valor)}$$

$$\rightarrow V = \frac{V_c}{2} \text{ (Mínimo valor possível)}$$

Resposta correta: O valor mínimo possível para V é $\frac{V_c}{2}$

15.

- i) Decompondo os vetores $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ na direção horizontal e na direção da linha F_R :



- ii) Como a direção de movimento desejada é a da linha F_R , implica que, na direção horizontal, os módulos dos componentes vetoriais de $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ devem ser iguais para que a soma vetorial seja zero e, dessa maneira, não haja movimento na direção horizontal.

- iii) Baseado no passo ii):

$$F_A \cos 30^\circ = F_B \sin 30^\circ \rightarrow 200 \cdot 0,87 = F_B \cdot 0,50 \rightarrow F_B = 348 \text{ N}$$

- iv) Calculando o tempo, em minutos, para mover o animal:

$$0,1 \text{ microscéculo} = 0,1 \cdot \underbrace{10^{-6}}_{\text{micro}} \cdot 100 \text{ anos}$$

$$\rightarrow 0,1 \text{ microscéculo} = 10^{-5} \text{ anos}$$

$$1 \text{ ano} = 365 \text{ dias} \rightarrow 1 \text{ dia} = 24 \text{ horas} = 1 \text{ hora} = 60 \text{ min}$$

$$\rightarrow 1 \text{ ano} = 525600 \text{ min}$$

$$0,1 \text{ microscéculo} = 10^{-5} \text{ anos} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,1 \text{ microscéculo} = 10^{-5} \cdot 525600 \text{ min}$$

$$\rightarrow 0,1 \text{ microscéculo} = 5,256 \text{ min}$$

$$\rightarrow 0,1 \text{ microscéculo} \approx 5 \text{ min}$$

Resposta correta: D



Anotações